

BOLETÍN DE PROBLEMAS

(con solución)

Resueltos en los vídeos del Canal de
Youtube

Clases Universitarias Online

MATEMÁTICAS FINANCIERAS



Profesor: Juan Antonio González Díaz
Departamento de Métodos Cuantitativos de la
Universidad Pablo de Olavide

Problemas de Ley Financiera de Capitalización Simple.

1. Se invierte un capital de 5.500€ al 4% anual simple,
 - a) obtenga su montante y los intereses al cabo de 5 años.
 $C_n = 6.600€$ $I = 1.100€$
 - b) obtenga su montante al cabo de 2 años, 5 meses y 15 días.
 $C_n = 6.040,86€$ $I = 540,86€$
 - c) ¿Cuánto tiempo ha de estar invertido para que su montante sea de 6.200€?
 3 años, 2 meses y 6 días (3,1818 años)
 - d) Si quiero alcanzar los 6.200€ en 3 años, ¿cuál debería ser el tipo de interés?
 $i = 4,24%$

2. Se invierten 10.000€ en una cuenta de ahorro al 5% de interés simple anual.
 - a) Hallar el capital final después de cuatro años.
 $C_n = 12.000€$
 - b) Si se realiza una capitalización durante los dos primeros años y el resultado se capitaliza durante los dos años siguientes, hallar el montante final.
 $C_n = 12.100€$
 - c) Comparar los resultados de a) y b) y explicar por qué el resultado no coincide.
Al obtener el primer montante tras dos años y capitalizarlo, estamos capitalizando también los intereses generados, lo cual es incompatible con la Ley Financiera de Capitalización Simple, que recordamos no es escindible

3. Se invierte un capital de 12.000€ a un tipo de interés anual simple del 4% durante 10 años.
 - a) Calcular el montante.
 $C_n = 16.800€$
 - b) Calcular el montante al cabo de los diez años si al principio del séptimo año el tipo de interés pasa al 3,5% anual simple.
 $C_n = 16.560€$
 - c) ¿Cuál es el tipo de interés efectivo simple resultante en el caso dl apartado b)?
 $i = 3,8%$

4. Un capital invertido durante 5 años al 5% de interés simple anual ha producido los mismos intereses que otro invertido durante 3 años al 3% anual simple. Si la suma de los dos capitales es de 20.000€ obtenga el importe de los mismos.
 $C_0 = 5.294,12€$ $C'_0 = 14.705,88€$

5. Un capital invertido al 4% anual simple genera los mismos intereses que un segundo capital invertido al 5% anual simple. Calcule el tiempo que estuvo invertido cada uno de ellos, sabiendo que el primer capital es el triple del segundo y que entre los dos capitales estuvieron invertidos un total de 10 años.
 $n = 2,94$ años $n' = 7,06$ años

6. Un trabajador recibe 25.000€ por una herencia familiar y lo invierte en una entidad financiera que le ofrece un 4% de interés simple. A los 15 meses retira los intereses producidos hasta ese momento para irse de vacaciones y mantiene la inversión. Su siguiente objetivo es comprarse un coche de 30.000€.
- Calcule el coste del viaje.
 $I = 1.250€$
 - Halle el tiempo que pasará hasta que este trabajador pueda comprarse el coche.
 $n = 5$ años
 - Como no quiere esperar tanto tiempo para la compra del coche, decide buscar una entidad financiera que le permita alcanzar el dinero necesario para comprarse el coche en 40 meses.
 $i = 6\%$
7. Obtener el tanto de interés simple anual equivalente a los siguientes tipos de interés k-esimales:
- | | | | |
|------------------|--------------------|----------------------|----------------|
| a) 3% semestral. | b) 1,5% bimestral. | c) 2% cuatrimestral. | d) 14% bienal. |
| $i = 6\%$ | $i = 9\%$ | $i = 6\%$ | $i = 7\%$ |
8. Obtener el tanto de interés simple trimestral equivalente a los siguientes tipos de interés:
- | | | | |
|------------------|--------------------|----------------------|-----------------|
| a) 3% semestral. | b) 1,5% bimestral. | c) 2% cuatrimestral. | d) 14% bianual. |
| $i_4 = 1,5\%$ | $i_4 = 2,25\%$ | $i_4 = 1,5\%$ | $i_4 = 1,75\%$ |
9. Un inversor ahorra 10.000 euros que se propone invertir. Calcule el montante que obtendría con cada una de las siguientes opciones de inversión:
- Invertir en una entidad que le ofrece un 2% de interés simple semestral durante 20 meses.
 $C_n = 10.666,67€$
 - Invertir en otra entidad que le ofrece un 3,5% cuatrimestral simple durante 6 trimestres.
 $C_n = 11.575€$
 - Invertir en una tercera entidad que le ofrece un interés simple trimestral del 2,5% durante 25 meses.
 $C_n = 12.083,33€$
 - ¿Cuál es la mejor opción de inversión?
La segunda opción, con un $i=10,5\%$
10. Un inversor ingresa en su banco 2.000€, a los 4 meses realiza otra imposición de 3.000€ y tres meses después 4.000€. ¿Cuánto dinero tendrá a los 20 meses si la rentabilidad de su banco es el 1'25% trimestral simple?
- $C_n = 9.583,34€$
- ¿Qué tiempo tardaría en alcanzar 10.000 euros de montante?
31 meses y 3 días
11. Se invierten 15.000€ durante 10 años a un tipo de interés anual simple del 5%. Calcule los intereses que rinde esta operación desde el final del sexto año hasta el final de la operación.
 $I = 3.000€$
- Si el tipo de interés cambiara para los últimos tres años a un 4%. ¿Cuál sería el interés que rinde la operación para los últimos cuatro años?
 $I = 2.550€$

Problemas de Descuento Simple Comercial, Racional y Bancario.

1. Tenemos una deuda de 6.000 euros que debemos atender dentro de 3 años. Calcule la cantidad que deberíamos abonar hoy para cancelar dicha deuda si trabajamos con los siguientes tantos de valoración:
 - a) Una tasa de descuento anual simple del 5%
 $C_0 = 5.100\text{€}$
 - b) Un tipo de interés simple anual del 5%
 $C_0 = 5.217,39\text{€}$
 - c) Compare los valores del descuento comercial y racional en este ejemplo.
 $DC > DR$

2. En una operación de descuento de un efecto comercial, de nominal 9.000€, se aplica un tanto de descuento anual del 3,5%. Hallar:
 - a) El efectivo obtenido, si el vencimiento es a los 60 días, y el tanto de interés equivalente.
 $C_0 = 8.947,50\text{€}$ $i = 3,53\%$
 - b) El efectivo obtenido, si el vencimiento es a los 180 días, y el tanto de interés equivalente.
 $C_0 = 8.842,50\text{€}$ $i = 3,59\%$
 - c) Compare las tasas de interés obtenidas en los apartados a) y b) y justifique la respuesta.
Cuanto mayor es el tiempo, más "caro" ha de hacerse el tipo de interés para que siga siendo equivalente al tipo de descuento.

3. Un comerciante acude a su banco para descontar dos letras de cambio de 6.000€ que vencen dentro de 6 y 9 meses. El banco le aplica un 4% de descuento anual simple y una comisión de cobranza del 0'75%. Obtener la cantidad que le entrega el banco al comerciante.
 $E = 11.610\text{€}$
 Hallar el tanto de interés efectivo.
 $i = 5,41\%$

4. Un efecto comercial de valor nominal 6.000€ se ha presentado al descuento obteniendo un efectivo de 5.860€. Calcule el tiempo que quedaba para su vencimiento utilizando una ley financiera de actualización según los siguientes casos:
 - a) Con una tasa de descuento simple trimestral del 3%.
2 meses y 10 días (2,33 meses)
 - b) Con una tasa de interés simple bimestral del 1,5%.
3 meses y 6 días (3,19 meses)
 - c) Con una tasa de descuento simple quincenal del 0'75%.
1 mes y 16 días (1,56 meses)

5. Un comerciante presenta al descuento un efecto comercial de 5.000€ con vencimiento dentro de 90 días. El banco le aplica un tanto de descuento del 5% anual simple y una comisión de cobranza del 0'5%, cuyo mínimo es de 15€. Calcular:
 - a) El efectivo que entrega el banco al cliente.
 $E = 4.912,50\text{€}$
 - b) El líquido que recibe el cliente sabiendo que el timbre del efecto es de 8€.
 $L = 4.904,50\text{€}$
 - c) El tanto de rendimiento efectivo de la operación para el banco y el tanto de coste efectivo para el cliente.
 $i_B = 7,12\%$ $i_C = 7,90\%$

6. Un comerciante descuenta un efecto con vencimiento dentro de 120 días en una entidad que le ofrece una tasa de descuento del 6% y una comisión de cobranza del 0,4%. Si el efectivo que recibe es de 4.880 euros, calcule el nominal del efecto.

$$N = 5.000\text{€}$$

7. Un comerciante presenta al descuento un efecto comercial de 8.000 euros de nominal que vence dentro de 120 días. El banco le aplica un tanto de descuento del 8% anual simple y una comisión de cobranza del 0,3%.

- a) Calcule el importe efectivo que le entrega el banco al comerciante al descontar el efecto.

$$E = 7.762,67\text{€}$$

- b) Al vencimiento del efecto se produce el impago y el banco aplica una comisión de devolución del 0,7%, 100€ de gastos de protesto y 50€ de gastos notariales. Calcule el importe cargado en la cuenta del comerciante al producirse el impago.

$$\text{Cargo} = 8.206\text{€}$$

Problemas de Letras del Tesoro.

1. En la última subasta de Letras del Tesoro a 12 meses se hace público que el precio marginal es de 96,175% y el tipo de interés medio es del 2,8%. Calcular:
 - a) El tanto efectivo marginal de la emisión
 $i_{Ma} = 3,93\%$
 - b) El número de letras que puede adquirir con 9.500€, si las adquiere a precio medio a través de una entidad que cobra unas comisiones de suscripción o compra del 0,25% y de amortización o venta del 0,3%.
9 Letras del Tesoro
 - c) Obtenga la rentabilidad de un inversor si adquiere la letra a precio medio y la mantiene hasta la amortización.
 $i_{ef} = 2,27\%$

2. El Sr. Inversor adquiere Letras del Tesoro a 12 meses. Sabiendo que en la última subasta se estableció un interés marginal del 1,95% y un precio medio de 98,14% y que compra las letras a través de un entidad que cobra un 0,2% de comisión de suscripción o compra y un 0,225% de comisión de amortización o venta, calcule:
 - a) El precio mínimo de la inversión
 $P_{Ma} = 980,66\text{€}$
 - b) La rentabilidad efectiva obtenida si compra a precio medio y mantiene los títulos hasta su amortización.
 $i_{ef} = 1,46\%$
 - c) Si vende uno de los títulos transcurridos 200 días desde su emisión y obtiene una rentabilidad efectiva del 0,75%, ¿a qué precio vendió en el mercado secundario?
 $PV = 989,69\text{€}$

3. Partiendo del problema anterior, calcule la rentabilidad del segundo tenedor de la letra, en los siguientes casos, suponiendo que opera a través de la misma entidad financiera:
 - a) Mantiene los títulos hasta su amortización
 $i_{ef} = 1,36\%$
 - b) Lo vende en el mercado secundario, 75 días antes del vencimiento, cuando la cotización del mercado secundario es del 99,5%
 $i_{ef} = 0,44\%$

4. Un inversor destina 49.000€ para la adquisición de Letras del Tesoro a 12 meses, a través de una entidad financiera que cobra unas comisiones de suscripción y compra del 0,2% y de amortización y venta del 0,3%. El precio medio de la subasta ascendió hasta el 97,813%. Calcular:
- El interés medio de la emisión
 $i_{Me} = 2,21\%$
 - Número de Letras máximo que puede adquirir y el dinero sobrante.
49 Letras del Tesoro
 - Rentabilidad efectiva del inversor si mantiene los títulos hasta su amortización.
 $i_{ef} = 1,73\%$
5. Partiendo del problema anterior, el inversor vende una Letra del Tesoro 200 días antes de su vencimiento en el mercado secundario, cuando la cotización es del 98,7%. Calcule:
- La rentabilidad del inversor que acudió a la suscripción
 $i_{ef} = 0,88\%$
 - La rentabilidad de segundo tenedor de la Letra, si opera a través de la misma entidad financiera.
 $i_{ef} = 1,48\%$

Problemas de Capitalización Compuestas.

1. Calcular el montante y los intereses obtenidos transcurridos 8 años de un capital de 10.000 euros invertido a un interés anual compuesto del 4%. Calcule además los intereses generados durante los años 4 a 7.

$$C_n = 13.685,69\text{€} \quad I_{4-7} = 1.460,73\text{€}$$

2. Un ahorrador dispone de 12.000 euros y decide invertirlos para utilizar el montante obtenido para comprar un coche de 14.000 euros. Si invierte dicha cantidad en una entidad financiera que ofrece un 5% de interés compuesto, ¿cuánto tiempo tardará en alcanzar el montante necesario?

$$n = 3,159 \text{ años (3 años, 1 mes y 27 días)}$$

Si desea esperar como máximo tres años, ¿qué tipo de interés debería ofrecer la entidad financiera para alcanzar su objetivo en ese plazo máximo?

$$i = 5,27\%$$

3. Una empresa exportadora dispone de excedentes de tesorería a corto plazo que desea rentabilizar. Por ello recurre a una entidad financiera que le ofrece un interés anual compuesto 6%, por tratarse de un cliente preferencial. Calcule el montante obtenido por la empresa en las siguientes inversiones:

- a) 63.000 euros por un plazo de 27 días

$$C_n = 63.275,92\text{€}$$

- b) 42.000 euros durante dos meses

$$C_n = 42.409,87\text{€}$$

- c) Suponiendo que la segunda inversión debe retirarla a los 45 días para afrontar un pago imprevisto, calcular el montante recibido y la rentabilidad obtenida, suponiendo que la entidad financiera le aplica una comisión de cancelación anticipada del 0,7% sobre el nominal, al no cumplir el plazo inicialmente previsto.

$$C_n = 42.013,07\text{€} \quad i = 0,25\%$$

4. ¿Cuánto tiempo será necesario para que un capital se incremente en un 50% a un tipo de interés del 3% anual compuesto?

$$n = 13,71 \text{ años (13 años, 8 meses y 18 días)}$$

¿A qué tipo de interés debo invertir un capital para que se incremente en un 50% en 10 años?

$$i = 4,14\%$$

5. Elija el tipo de interés con el cuál preferiría realizar una inversión:

- a) Un interés anual compuesto del 5%.

5% anual (**la mejor opción**)

- b) Un interés trimestral compuesto del 1,2%

4,89% anual

- c) Un interés nominal del 4,5% liquidable cuatrimestralmente.

4,57% anual

- d) Un interés del 5% abonable bienalmente.

4,88% anual

6. Dentro de 5 años, dos capitales, el primero de cuantía C , que vence dentro de 2 años y el segundo de cuantía 4.000 €, que vence dentro de 8 años. Si dicha equivalencia se realiza al 4% anual compuesto, calcule el capital C .

$$C_n = 3.161,26€$$

¿Seguirán siendo equivalentes en el año 6?

Seguirán siendo equivalentes en cualquier año en el que plantee la equivalencia

7. El Señor Blanco abre una cuenta de ahorro en una entidad financiera que ofrece una rentabilidad del 3% anual liquidable trimestralmente. Además cobra una comisión de apertura del 0,5%. Suponiendo que el Sr. Blanco invierte 5.000€, calcule:

- a) El capital acumulado tras cuatro años

$$C_n = 5.606,79€$$

- b) La Tasa Anual Equivalente de la cuenta de ahorro

$$i = 3,03\%$$

- c) La tasa de rentabilidad efectiva que obtiene el Sr. Blanco.

$$i = 2,90\%$$

8. Un banco ofrece depósitos con las siguientes condiciones: comisión de apertura del 0,25%; interés efectivo mensual del 0,5% los primeros tres años y un 6% anual con liquidación de intereses cuatrimestrales, los siguientes. Si se realiza un depósito de 10.000€ durante 8 años, calcule:

- a) El montante obtenido.

$$C_n = 16.065,48€$$

- b) La tasa de interés efectiva de la inversión realizada.

$$i = 4,86\%$$

9. Un ahorrador ingresa hoy en una cuenta de ahorro 15.000 euros y 20.000 tres años después. La cuenta rinde un 6% con liquidaciones mensuales los primeros dos años y un 6% con liquidaciones trimestrales, el resto. Transcurridos 8 años desde la imposición actual.

- a) Calcular el montante obtenido

$$C_n = 51.106,27€$$

- b) Plantear la ecuación que permitiría calcular la tasa efectiva del ahorrador.

$$15.000 \cdot (1+i)^8 + 20.000 \cdot (1+i)^5 = 51.106,27$$

10. Se ingresa hoy en una cuenta de ahorro una cantidad. La cuenta rinde un 6% con liquidaciones cuatrimestrales los cuatro primeros años y un 2,5% trimestral el resto del tiempo. Cuando han transcurrido seis años desde la imposición inicial, la cantidad ahorrada asciende a 30.904,59 euros. Obtener:

- a) La cantidad invertida

$$C = 20.000€$$

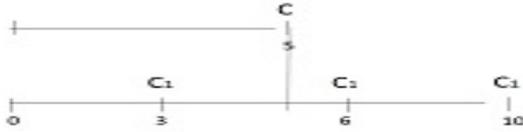
- b) La rentabilidad efectiva obtenida por el ahorrador.

$$i = 7,52\%$$

11. Un capital de cuantía C , que vence dentro de 5 años, es equivalente en ese momento a tres capitales de cuantía C_1 , C_2 y C_3 euros. La expresión que define la equivalencia es:

$$C = C_1 \cdot (1+i)^2 + C_2 \cdot (1+i)^{-1} + C_3 \cdot (1+i)^{-5}$$

- a) Represente temporalmente los vencimientos de los capitales que participan en la equivalencia.



- b) Obtenga la equivalencia de los capitales anteriores en el año 0
 $C \cdot (1+i)^{-5} = C_1 \cdot (1+i)^{-3} + C_2 \cdot (1+i)^{-6} + C_3 \cdot (1+i)^{-10}$
- c) Obtenga la equivalencia de los capitales anteriores en el año 10
 $C \cdot (1+i)^5 = C_1 \cdot (1+i)^7 + C_2 \cdot (1+i)^4 + C_3$
- d) Obtenga la equivalencia de los capitales anteriores en el año 9
 $C \cdot (1+i)^4 = C_1 \cdot (1+i)^6 + C_2 \cdot (1+i)^3 + C_3 \cdot (1+i)^{-1}$

VENCIMIENTO COMUN Y MEDIO

1. Deseamos sustituir tres deudas de 300€, 600€ y 900€ que vencen dentro de dos, cuatro y seis meses, respectivamente, por un solo pago. Suponiendo que utilizamos un descuento anual simple del 5%, calcular:

a) Vencimiento del pago único si éste es de 1.800 euros

4 meses y 20 días

b) Vencimiento del pago único si éste es de 1.900 euros

17 meses y 2 días

c) Cuantía del pago único si su vencimiento es a los 5 meses.

$C = 1.802,55€$

2. Deseamos sustituir tres deudas de 300€, 600€ y 900€ que vencen dentro de dos, cuatro y seis meses, respectivamente, por un solo pago. Suponiendo que utilizamos un interés anual simple del 5%, calcular:

a) Vencimiento del pago único si éste es de 1.800 euros

4 meses y 20 días

b) Cuantía del pago único si su vencimiento es a los 6 meses.

$C = 1.809,89€$

3. Deseamos sustituir tres capitales de 550€, 750€ y 25€, que vencen dentro de uno, dos y tres trimestres por dos capitales, uno de cuantía 600 euros y vencimiento hoy, y otro de cuantía 1200 euros. Calcula el vencimiento del segundo capital si utilizamos un tipo de descuento cuatrimestral del 2%

20 meses y 24 días

4. Deseamos sustituir tres capitales de 550€, 750€ y 25€, que vencen dentro de uno, dos y tres trimestres por dos capitales, uno de cuantía 600 euros y vencimiento hoy. Calcula la cuantía del segundo capital si vence a los 5 trimestres, utilizando un interés bimensual simple del 1,5%

$C = 1.172,26€$

5. Un consumidor contrae una deuda de 6.000€ que vence a los ocho meses. Cuando transcurren dos meses propone sustituir dicha deuda por tres pagos, dos de cuantía 2.000€, que vencen a los 5 y 10 meses y otro de cuantía C, a los 13 meses.

Calcule la cuantía de ese capital C si la sustitución se realiza a un tanto de descuento anual simple d.

$$C = \frac{6000 \cdot \left(1 - \frac{6}{12} \cdot d\right) - 2000 \cdot \left(1 - \frac{5}{12} \cdot d\right) - 2000 \cdot \left(1 - \frac{10}{12} \cdot d\right)}{\left(1 - \frac{13}{12} \cdot d\right)}$$

Calcule el importe de C si el tipo de descuento anual simple es del 6%

$C = 2.106,95€$

6. Una empresa debe tres capitales de cuantía C_1 , C_2 y C_3 euros con vencimientos t_1 , t_2 y t_3 meses respectivamente que desea sustituir por un único pago de cuantía C que es la suma de los tres capitales anteriores.

- a) Obtenga razonadamente el vencimiento del capital único si utilizamos un tipo de descuento anual simple d .

$$t = \frac{C_1 \cdot t_1 + C_2 \cdot t_2 + C_3 \cdot t_3}{C}$$

- b) Calcule al vencimiento del capital único si utilizamos un tipo de interés anual simple i .

$$t = \left(\frac{C}{\frac{C_1}{1 + \frac{t_1}{12} \cdot i} + \frac{C_2}{1 + \frac{t_2}{12} \cdot i} + \frac{C_3}{1 + \frac{t_3}{12} \cdot i}} - 1 \right) \cdot \frac{12}{i}$$

7. Una empresa debe tres capitales de cuantía C_1 , C_2 y C_3 euros con vencimientos t_1 , t_2 y t_3 trimestres, respectivamente, que desean sustituir por un único pago de cuantía C . Calcule el vencimiento de este capital único si utilizamos un tipo de descuento semestral del 3%

$$t = \frac{C_1 \cdot \left(1 - \frac{t_1}{2} \cdot 0,03\right) + C_2 \cdot \left(1 - \frac{t_2}{2} \cdot 0,03\right) + C_3 \cdot \left(1 - \frac{t_3}{2} \cdot 0,03\right)}{\frac{C}{0,03}}$$

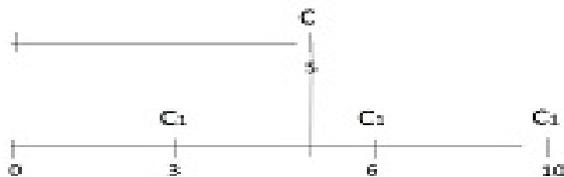
¿Y si utilizáramos un tipo de interés mensual simple del 1%?

$$t = \frac{\frac{C}{(1 + t_1 \cdot 3 \cdot 0,01)} + \frac{C}{(1 + t_2 \cdot 3 \cdot 0,01)} + \frac{C}{(1 + t_3 \cdot 3 \cdot 0,01)} - 1}{0,01}$$

8. Un capital de cuantía C , que vence dentro de 5 años, es equivalente en ese momento a tres capitales de cuantía C_1 , C_2 y C_3 euros. La expresión que define la equivalencia es:

$$C = C_1 \cdot (1 + 2i) + \frac{C_2}{(1 + i)} + \frac{C_3}{(1 + 5i)}$$

- a) Represente temporalmente los vencimientos de los capitales que participan en la equivalencia.



b) Obtenga la equivalencia de los capitales anteriores en el año 0

$$\frac{C}{(1+5 \cdot i)} = \frac{C_1}{(1+3i)} + \frac{C_2}{(1+6 \cdot i)} + \frac{C_3}{(1+10 \cdot i)}$$

c) Y en el año 10

$$C \cdot (1+5 \cdot i) = C_1 \cdot (1+7 \cdot i) + C_2 \cdot (1+4 \cdot i) + C_3$$

d) Y en el año 9

$$C \cdot (1+4 \cdot i) = C_1 \cdot (1+6 \cdot i) + C_2 \cdot (1+3 \cdot i) + \frac{C_3}{(1+i)}$$

9. Una empresa debe tres capitales de cuantía C_1 , C_2 y C_3 euros con vencimientos t_1 , t_2 y t_3 meses, respectivamente, que desean sustituir por un único pago de cuantía C . Calcule el vencimiento de este capital único si utilizamos un tipo de interés anual compuesto del 4%

$$C_1 \cdot (1+i)^{\frac{t_1}{12}} + C_2 \cdot (1+i)^{\frac{t_2}{12}} + C_3 \cdot (1+i)^{\frac{t_3}{12}} = C \cdot (1+i)^{\frac{t}{12}}$$

¿Qué cambiaría si $C = C_1 + C_2 + C_3$?

No cambiaría en nada. El vencimiento medio no existe para la Ley Financiera de Capitalización Compuesta.

10. Una empresa debe tres capitales de cuantía C_1 , C_2 y C_3 euros con vencimientos t_1 , t_2 y t_3 meses, respectivamente, que desean sustituir por un único pago de cuantía C . Calcule el vencimiento de este capital único si utilizamos un tipo de descuento anual compuesto del 4%

$$C_1 \cdot (1-d)^{\frac{t_1}{12}} + C_2 \cdot (1-d)^{\frac{t_2}{12}} + C_3 \cdot (1-d)^{\frac{t_3}{12}} = C \cdot (1-d)^{\frac{t}{12}}$$

¿Qué cambiaría si $C = C_1 + C_2 + C_3$?

No cambiaría en nada. El vencimiento medio no existe para la Ley Financiera de Descuento Compuesto.

Problemas de Rentas Constantes.

1. Tras regresar de mis vacaciones, he decidido aportar el capital suficiente para disfrutar de las vacaciones de los próximos 10 años. Si estimo un presupuesto anual de 3.000 euros anuales y opero con una entidad que me ofrece un interés anual compuesto del 4%. ¿Qué cantidad debería ingresar en la entidad financiera?

$$A = 24.332,69\text{€}$$

2. Si únicamente dispongo de 20.000 euros, ¿qué cantidad anual podría disponer para las vacaciones de los próximos 10 años?

$$a = 2.465,82\text{€}$$

3. ¿Cuál sería el tipo de interés que debería ofrecerme la entidad financiera para conseguir destinar 3.000 euros anuales durante los próximos 10 años, invirtiendo únicamente 20.000 euros?

$$i = 8,15\%$$

4. Sólo puedo invertir 20.000 euros y únicamente puedo trabajar con la entidad financiera que me ofrece un 4%. Si deseo que mi presupuesto anual para las vacaciones sea de 3.000 euros, ¿Cuántos años podré disfrutar de vacaciones? Si el número de vacaciones no es entero, indique cómo y cuándo podré agotar los 20.000 euros...

$$n = 7,9\text{años} \rightarrow 7\text{años},10\text{meses},27\text{días}$$

$$C = 2.718,88\text{€}$$

- a) Si decidiese realizar la extracción complementaria al año siguiente de la última anualidad, para pagar el viaje correspondiente a las siguientes vacaciones. ¿De qué importe sería esta extracción?

$$C = 2.728,71\text{€}$$

- b) ¿Y junto con la última extracción?

$$C = 2.623,76\text{€}$$

- c) ¿Y en el momento actual?

$$C = 1.993,84\text{€}$$

5. Un estudiante de la Universidad Pablo de Olavide, que empieza su grado en Administración y Dirección de Empresas, con una duración de 4 años, decide ahorrar una cantidad al final de cada año con el objetivo de costearse un Master en el extranjero. Estima que el importe necesario, incluido alojamiento, viaje y estancia, asciende a 15.000 euros.

¿Cuánto debe ahorrar el estudiante cada año si ingresa dichas cantidades en una entidad que ofrece un interés anual del 3%?

$$a = 3.585,41\text{€}$$

6. Si el estudiante cree que únicamente podrá ahorrar 3.200 euros anuales, ¿qué tipo de interés debe ofrecer la entidad financiera para que le permita obtener los 15.000 euros que necesita al cabo de cuatro años?

$$i = 10,68\%$$

7. Un trabajador decide ahorrar 1.500 euros al final de cada año con el fin de alcanzar 10.000 euros que estima necesarios para iniciar su propio proyecto empresarial. La cifra anual la ingresa en una entidad que le ofrece un interés del 2,5% anual. ¿Cuántas anualidades debe ingresar para alcanzar su objetivo? Si el número de pagos no es entero, establece diferentes hipótesis temporales para alcanzar su objetivo.

$$n = 6,24\text{años} \rightarrow 6\text{años}, 2\text{meses}, 27\text{días} \quad C = 360,80\text{€}$$

$$C = 418,39\text{€} \rightarrow \text{al } _ \text{año } _ \text{de } _ \text{la } _ \text{última } _ \text{anualidad}$$

$$C = 360,78\text{€} \rightarrow \text{junto } _ \text{con } _ \text{la } _ \text{última } _ \text{anualidad}$$

$$C = 178,85\text{€} \rightarrow \text{en } _ \text{el } _ \text{año } _ 0$$

8. Debo elegir entre dos naves industriales en alquiler. En ambos casos el alquiler finalizaría a los 20 años. La primera de ellas tendría un coste anual de 9.000 euros durante todo el periodo de alquiler. La segunda nave tiene un coste de 7.000 euros los primeros cinco años, 8.000 euros los siguientes cinco años y 10.000 euros el resto.

Si ambos alquileres los valoro a un 5% de interés anual compuesto, ¿cuál elegirías?

$$\text{Valor } _ \text{Actual } _ \text{Alquiler } _ 1 = 117.767,89\text{€}$$

$$\text{Valor } _ \text{Actual } _ \text{Alquiler } _ 2 = 110.091,61\text{€}$$

Elijo la segunda opción.

9. Dentro de 3 años, cuando cumpla la mayoría de edad, recibiré en herencia una finca rústica, propiedad de mis abuelos, que genera unos ingresos anuales de 38.000 euros. Ante la posibilidad de vender hoy mis derechos futuros sobre la finca, ¿cuál sería la valoración de la finca si utilizo un tipo de interés anual del 3,5%?

$$A_{\infty} = 979.252,08\text{€}$$

10. Deseo comprar un apartamento en la playa y recibo tres alternativas muy similares, cada una con una forma de pago diferente. ¿Cuál elegiré si utilizo para la valoración un interés anual del 4%?

a) Pagar al contado 150.000 euros.

$$A_1 = 150.000,00\text{€}$$

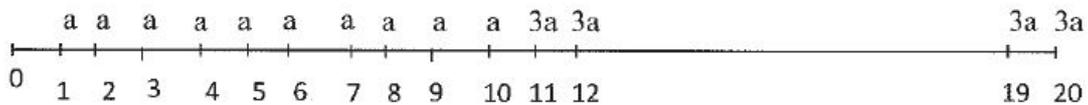
b) Pagar en el momento de la compra 25.000 euros y siete anualidades constantes de 20.000 euros, la primera de ellas al principio del cuarto año.

$$A_2 = 140.987,74\text{€} \quad \text{La mejor opción}$$

c) Pagar durante 20 años una cantidad constante de 10.000 euros, al comienzo de cada año.

$$A_3 = 141.339,94\text{€}$$

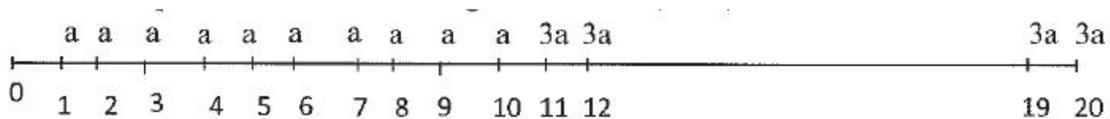
11. Dada la siguiente renta, calcule su valor actual y su valor final para un tipo de interés anual i .



$$A = a \cdot a_{3-i} + 2a \cdot a_{4-i} \cdot (1+i)^{-3} + a \cdot a_{2-i} \cdot (1+i)^{-7} + 3a \cdot a_{11-i} \cdot (1+i)^{-9}$$

$$S = a \cdot s_{3-i} \cdot (1+i)^{17} + 2a \cdot s_{4-i} \cdot (1+i)^{13} + a \cdot s_{2-i} \cdot (1+i)^{11} + 3a \cdot s_{11-i}$$

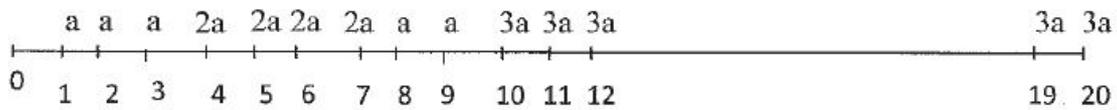
12. Dada la siguiente renta, calcule su valor actual y su valor final para un tipo de interés anual i los primeros 5 años, i' los siguientes 5 años, e i'' el resto.



$$A = a \cdot a_{5-i} + a \cdot a_{5-i'} \cdot (1+i)^{-5} + 3a \cdot a_{10-i''} \cdot (1+i')^{-5} \cdot (1+i'')^{-5}$$

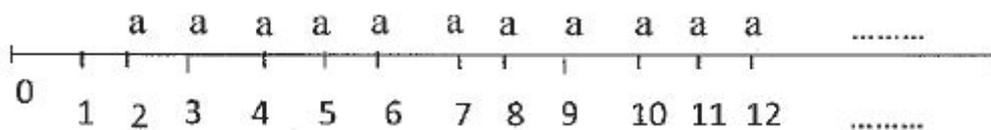
$$S = a \cdot s_{5-i} \cdot (1+i')^5 \cdot (1+i'')^{10} + a \cdot s_{5-i'} \cdot (1+i'')^{10} + 3a \cdot s_{10-i''}$$

13. Dada la siguiente renta, calcule su valor en el año 7, para un tipo de interés i , los primeros 5 años, e i' para el resto.



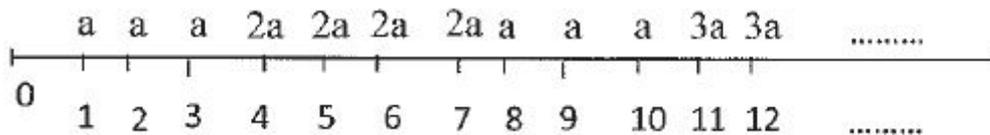
$$V_7 = a \cdot s_{3-i} \cdot (1+i)^2 \cdot (1+i')^2 + 2a \cdot s_{2-i} \cdot (1+i')^2 + 2a \cdot s_{2-i'} + a \cdot a_{2-i'} + 3a \cdot a_{11-i'} \cdot (1+i')^{-2}$$

14. Dada la siguiente renta perpetua, calcule el valor actual para un tipo de interés anual i , los primeros 10 años, e i' , para el resto.



$$A_\infty = a \cdot a_{9-i} \cdot (1+i)^{-1} + \frac{a}{i'} \cdot (1+i)^{-10}$$

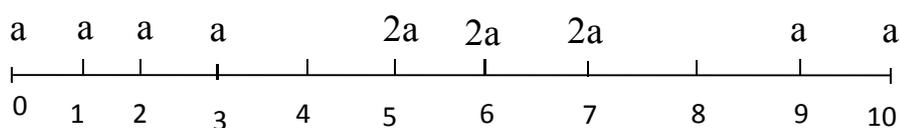
15. Dada la siguiente renta perpetua, calcule su valor actual para un tipo de interés anual i .



$$A_\infty = a \cdot a_{3-i} + 2a \cdot a_{4-i} \cdot (1+i)^{-3} + a \cdot a_{3-i} \cdot (1+i)^{-7} + \frac{3a}{i'} \cdot (1+i)^{-10}$$

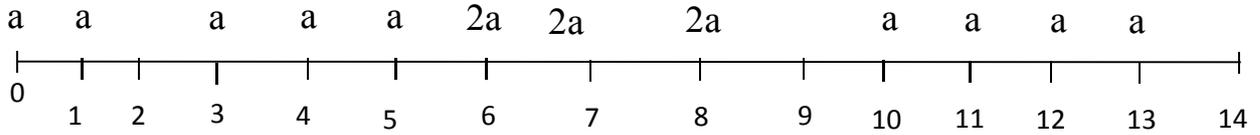
16. Dada la siguiente expresión, dibuje la renta en su línea temporal.

$$A = a \cdot a_{4-i} \cdot (1+i) + 2a \cdot a_{3-i} \cdot (1+i)^{-4} + a \cdot a_{2-i} \cdot (1+i)^{-8}$$



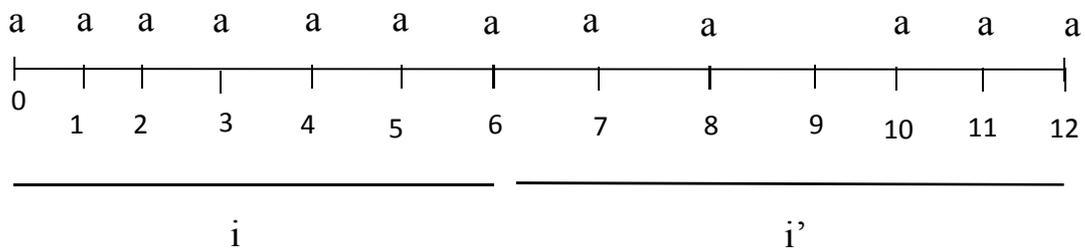
17. Dada la siguiente expresión, dibuje la renta en su línea temporal.

$$V_{14} = a \cdot s_{2-i} \cdot (1+i)^{13} + a \cdot s_{3-i} \cdot (1+i)^9 + 2a \cdot s_{3-i} \cdot (1+i)^6 + a \cdot s_{4-i} \cdot (1+i)$$



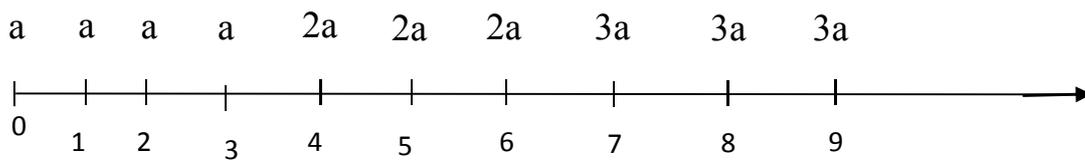
18. Dada la siguiente expresión, dibuje la renta en su línea temporal.

$$A = a \cdot a_{6-i} + a \cdot a_{2-i'} \cdot (1+i)^{-6} + a \cdot a_{3-i'} \cdot (1+i')^{-3} \cdot (1+i)^{-6}$$



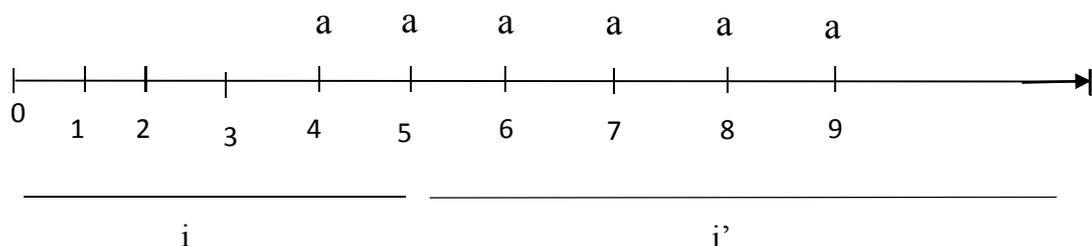
19. Dada la siguiente expresión, dibuje la renta en su línea temporal.

$$A_{\infty} = a \cdot s_{4-i} \cdot (1+i) + 2a \cdot a_{3-i} \cdot (1+i) + \frac{3a}{i} \cdot (1+i)^{-2}$$



20. Dada la siguiente expresión, dibuje la renta en su línea temporal.

$$A_{\infty} = a \cdot a_{2-i} \cdot (1+i)^{-3} + \frac{a}{i'} \cdot (1+i)^{-5}$$



21. Demostrar la relación entre $a_{\overline{n}|i}$ y $s_{\overline{n}|i}$

$$\begin{aligned}
 s_{\overline{n}|i} &= a_{\overline{n}|i} \cdot (1+i)^n = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i)^n = \frac{(1+i)^n - (1+i)^{-n} \cdot (1+i)^n}{i} \\
 &= \frac{(1+i)^n - 1}{i} = s_{\overline{n}|i}
 \end{aligned}$$

Problemas de Rentas Variables.

1. A cuenta de un capital de 55.000 euros, se desea recibir desde hoy mismo una renta anual de 10 términos que incrementan su valor cada año en 500 euros. Si realizamos la operación a un interés del 2,5%, calcular la cuantía que recibiría hoy y la que recibiría al principio del sexto año.

$$a = 3.982,71€ \qquad a_6 = a + 5p = 6.482,71€$$

2. Hace 5 años alquilé un piso de mi propiedad por un periodo de 7 años por un precio de 1.000 euros el primer año, estableciendo una revalorización de 50 euros anuales. A fecha de hoy no he recibido importe alguno y tras un largo proceso judicial, la justicia me da la razón y condena al inquilino a entregarme las llaves del piso y a pagarme hoy el importe correspondiente a los siete años del contrato de alquiler. Asimismo determina un interés del 5% para el cálculo de dicho importe. ¿Qué cantidad debo recibir?

$$V_5 = 8.841,92€$$

3. Deseo vender una finca familiar a un grupo empresarial interesado. Si conocemos que los rendimientos de la finca ascienden a 18.000 euros anuales y se estima que los rendimientos crezcan anualmente en 1.000 euros, ¿cuál será la oferta que recibiré si se utiliza un interés del 4% anual para su valoración?

$$A_\infty = 1.075.000€$$

4. A cuenta de un capital de 55.000 euros, se desea recibir desde hoy mismo una renta anual de 10 términos que incrementan su valor cada año en 3% acumulativo. Si realizamos la operación a un interés del 2,5%, calcular la cuantía que recibiría hoy y la que recibiría al principio del sexto año.

$$a = 5.380,35€ \qquad a_6 = a \cdot 1,03^5 = 6.237,29€$$

Y si el tanto de interés fuera el 3%?

$$a = 5.500€ \qquad a_6 = a \cdot 1,03^5 = 6.376,01€$$

5. Hace 5 años alquilé un piso de mi propiedad por un periodo de 7 años por un precio de 1.000 euros el primer año, estableciendo una revalorización anual del 4%. A fecha de hoy no he recibido importe alguno y tras un largo proceso judicial, la justicia me da la razón y condena al inquilino a entregarme las llaves del piso y a pagarme hoy el importe correspondiente a los siete años del contrato de alquiler. Asimismo determina un interés del 5% para el cálculo de dicho importe. ¿Qué cantidad debo recibir?

$$V_5 = 8.682,73€$$

6. Deseo vender una finca familiar a un grupo empresarial interesado. Si conocemos que los rendimientos de la finca ascienden a 18.000 euros anuales y se estima que los rendimientos crezcan anualmente en un 3%, ¿cuál será la oferta que recibiré si se utiliza un interés del 4% anual para su valoración?

$$A_{\infty} = 1.800.000\text{€}$$

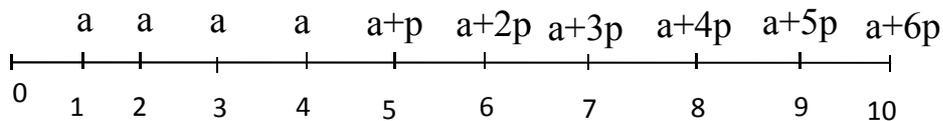
Y si utilizáramos un interés del 3% para valorar la finca?
Y qué ocurriría con un interés del 2,5%?

No se puede calcular en ambos casos

7. Deseo sustituir una renta de 15 términos postpagables, crecientes anualmente en 500 euros, por una renta prepagable con la misma duración, de primera anualidad 4.500 euros, creciente de manera acumulativa un 3% anual. ¿Cuál sería el importe correspondiente al primer término de la primera renta?
Plantear la equivalencia para un tipo de interés del 5%.

$$a = 2.655,01\text{€}$$

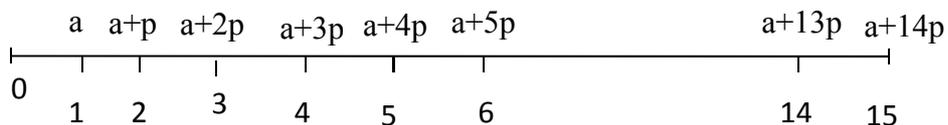
8. Dada la siguiente renta calcule su valor actual y final, para un tipo de interés i anual.



$$A = a \cdot a_{3-i} + [a \cdot a_{7-i} + \frac{P}{i} \cdot (a_{7-i} - 7 \cdot (1+i)^{-7})] \cdot (1+i)^{-3}$$

$$S = a \cdot s_{3-i} \cdot (1+i)^7 + [a \cdot a_{7-i} + \frac{P}{i} \cdot (a_{7-i} - 7 \cdot (1+i)^{-7})] \cdot (1+i)^7$$

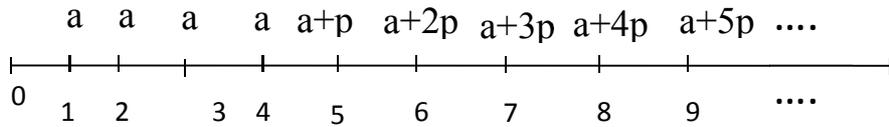
9. Dada la siguiente renta, calcule su valor actual y final, para un tipo de interés anual i , los tres primeros años e i' el resto.



$$A = a \cdot a_{3-i} + \frac{P}{i} \cdot (a \cdot a_{3-i} - 3 \cdot (1+i)^{-3}) + [(a+3p) \cdot a_{12-i'} + \frac{P}{i'} \cdot (a_{12-i'} - 12 \cdot (1+i')^{-12})] \cdot (1+i)^{-3}$$

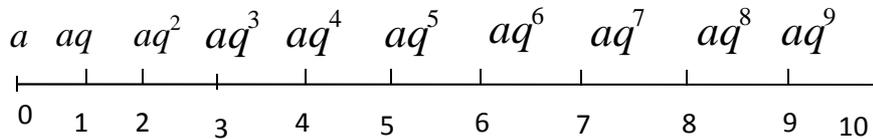
$$S = [a \cdot a_{3-i} + \frac{P}{i} \cdot (a \cdot a_{3-i} - 3 \cdot (1+i)^{-3})] \cdot (1+i)^3 \cdot (1+i')^{12} + [(a+3p) \cdot a_{12-i'} + \frac{P}{i'} \cdot (a_{12-i'} - 12 \cdot (1+i')^{-12})] \cdot (1+i')^{12}$$

10. Dada la siguiente renta, calcule su valor actual para un tipo de interés anual i .



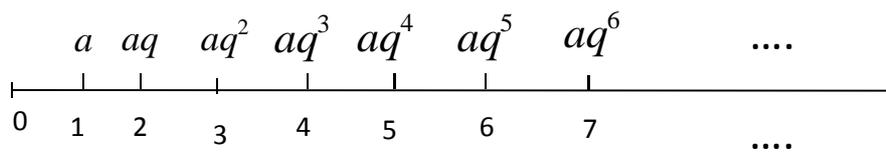
$$A = a \cdot a_{\overline{3}|i} + \left(\frac{a}{i} + \frac{p}{i^2}\right) \cdot (1+i)^{-3}$$

11. Dada la siguiente renta, calcule su valor actual para un tipo de interés anual i , para los primeros 4 años, e i' para los siguientes.



$$A = a \cdot \frac{1 - \left(\frac{q}{1+i}\right)^4}{1+i-q} \cdot (1+i) + a \cdot q^4 \cdot \frac{1 - \left(\frac{q}{1+i'}\right)^6}{1+i'-q} \cdot (1+i') \cdot (1+i)^{-4}$$

12. Dada la siguiente renta, calcule su valor actual para un tipo de interés anual i , para los primeros 4 años, e i' para los siguientes.



$$A = a \cdot \frac{1 - \left(\frac{q}{1+i}\right)^4}{1+i-q} + \frac{a \cdot q^4}{1+i'-q} \cdot (1+i)^{-4}$$

Problemas de Rentas Fraccionadas.

1. Calcule el valor Actual y Final de una renta trimestral de seis años de duración, constante de cuantía 1.000 euros cada término, venciendo el primero de ellos hoy mismo. Utilice para el cálculo un interés del 5% anual liquidable cuatrimestralmente.

$$A = 20.887,80\text{€}$$

$$S = 28.125,98\text{€}$$

2. Dada una renta semestral constante, de 14 términos de cuantía 2.500 euros, postpagable y diferida 4 meses, deseo cambiarla por otra renta de 5 años de duración, bimensual, prepagable de términos crecientes en 10 euros cada periodo bimensual. Si utilizamos un tipo de interés anual del 3%, calcule la cuantía de la anualidad de la segunda renta que se hará efectiva hoy mismo.

$$a = 972,24\text{€}$$

3. Hace 2 años comencé a recibir una renta mensual de 60 términos crecientes acumulativamente un 0,5% cada mes, gracias a un sorteo de lotería. El primer importe mensual fue de 600 euros. Me gustaría valorar hoy el importe total del premio, utilizando para ello un tipo de interés del 3,5% anual.

$$V_2 = 40.963,92\text{€}$$

4. Una finca rústica obtiene unos beneficios trimestrales de 600 euros. Si estimamos que los beneficios se mantendrán constantes, calcular el valor que tendría la finca hoy, si utilizamos un interés anual del 4% para el cálculo de la valoración.

$$A = 60.892,68\text{€}$$

5. Calcule el valor de la finca anterior si estimamos que el beneficio de la finca se incrementa cada trimestre en 50 euros.

$$A = 575.881,47\text{€}$$

6. Repita el ejercicio anterior si estimamos que el beneficio de la finca se incrementa cada trimestre en 2%. Y si se incrementara en un 0,5%?

No es posible calcularlo para el incremento trimestral del 2%

$$A = 123.624,68\text{€} \quad \text{Para el incremento del 0,5\%}$$

7. Me ofrecen un mismo inmueble a través de dos agencias inmobiliarias distintas para un alquiler mensual de cinco años de duración y un alquiler el primer año de 750 euros.

La primera agencia me ofrece un incremento anual de 40 euros.

La segunda agencia, un incremento del 3% anual.

¿Cuál de las dos ofertas elegiría, si utilizo para mi análisis un interés del 6% con liquidaciones trimestrales?

$$A_1 = 42.932,82\text{€}$$

$$A_2 = 41.285,18\text{€} \quad \text{mejor opción}$$

8. Un estudiante brillante de la Universidad Pablo de Olavide estudió un Master de prestigio internacional en una Universidad extranjera gracias a la aportación económica realizada por un mentor. Llegaron al acuerdo de que éste le financiaría el coste del Master, incluidos todos los gastos de estancia y manutención a cambio de que una vez encontrara un trabajo, el estudiante le entregara el 10% de todos los ingresos que obtuviera por el trabajo durante diez años.

Si el estudiante consigue un puesto de trabajo en el que cobra un salario mensual de 3.500 euros en 14 pagas (en junio y diciembre), que se incrementan anualmente en un 3%, ¿qué cantidad habrá entregado en total el estudiante a su mentor, pasados los diez años? Utilice un interés anual del 3% para su cálculo.

$$10\% \text{ salario} = 64.751,44\text{€}$$

9. Repita el problema anterior suponiendo que cada año el salario mensual crece en una cantidad constante de cuantía 150 euros.

$$10\% \text{ salario} = 67.269,54\text{€}$$

10. Una finca rústica tiene unos ingresos mensuales de 850 euros. Cada año, se estima que los ingresos mensuales se incrementarán en 50 euros más. Calcular la valoración de la finca utilizando un interés del 3% anual.

$$A_\infty = 1.020.436,90\text{€}$$

11. Repita el ejercicio anterior si estimamos que los ingresos mensuales de la finca incrementan acumulativamente en un 2%

$$A_\infty = 1.033.952,58\text{€}$$

12. Calcule el valor actual de una renta de 10 años de duración, con términos mensuales de 500 euros que se incrementan cada semestre en un 1%, venciendo el primer término hoy mismo. Utilice un interés anual del 4%

$$A = 54.378,57\text{€}$$

13. Si el valor final de una renta trimestral de 10 años de duración que cada 2 años incrementa su valor en 100 euros, asciende a 48.000 euros, utilizando un interés anual del 3,5%, calcule la cuantía del primer término.

$$a = 824,41\text{€}$$

Problemas de Préstamos con Pago Único de Capital.

1. Solicitamos un préstamo de 60.000 € para ser amortizado mediante un solo pago de capital e intereses, transcurridos 10 años desde la solicitud del préstamo, con un interés del 4% anual.
- a) Calcular el importe que debemos devolver al prestamista al finalizar la operación.

$$C = C \cdot (1 + i)^n = 88.814,66€$$

- b) Transcurridos 4 años desde la concesión del préstamo, cuando el tipo de interés del mercado es de un 3,5%, decidimos cancelar de forma anticipada el préstamo, ya que hemos recibido un ingreso inesperado. Calcule la cuantía que debemos ingresar para cancelar el préstamo en su totalidad.

$$X_4 = 72.250,78€$$

- c) Calcule el apartado anterior suponiendo que el tipo de interés del préstamo es del 4%.

$$X_4 = 60.000 \cdot (1,04)^4 = 70.191,51€$$

- d) Compare los resultados de los apartados b) y c)

Cuando el tipo de interés de mercado coincide con el del préstamo, basta con pagar la cantidad acumulada del préstamo en ese momento. Si el tipo de interés de mercado es menor que el tipo de interés del préstamo (apartado b)), entonces debo entregar una cantidad superior para compensar a la entidad prestamista.

2. Nos conceden un préstamo de 45.000 euros para devolverlo en 15 años mediante pago único de capital e intereses, a un 5% de interés anual compuesto. A los siete años, cuando el tipo de interés de mercado es de un 4%, decidimos ingresar una cantidad a cuenta de 20.000 euros.

- a) Calcular el importe que debemos devolver al prestamista al finalizar la operación, en concepto de intereses.

$$I = 93.551,77 - 45.000 = 48.551,77€$$

- b) Realizada la cancelación parcial anticipada, calcular la cantidad que debemos entregar al finalizar el préstamo.

$$A_n = 66.180,39€$$

- c) Realizada la cancelación parcial, cuatro años antes del vencimiento de la operación, decidimos cancelar el préstamo, siendo el tipo de interés en ese momento de un 3,5%. ¿Qué cantidad deberíamos entregar para realizar esta cancelación total anticipada?

$$X_{11} = 57.672,39\text{€}$$

3. Solicitamos un préstamo de 60.000 € para ser amortizado mediante un solo pago de capital y pago periódico de intereses, transcurridos 10 años desde la solicitud del préstamo, con un interés del 4% anual.

- a) Calcular la cantidad total que debemos devolver al prestamista al finalizar la operación.

$$C \cdot i + C = 60.000 \cdot 0,04 + 60.000 = 62.400\text{€}$$

- b) Transcurridos 4 años desde la concesión del préstamo, cuando el tipo de interés del mercado es de un 3,5%, decidimos cancelar de forma anticipada el préstamo, ya que hemos recibido un ingreso inesperado. Calcule la cuantía que debemos ingresar para cancelar el préstamo en su totalidad.

$$X_4 = 61.598,57\text{€}$$

- c) Calcule el apartado anterior suponiendo que el tipo de interés del préstamo es del 4%.

$$X_4 = 60.000\text{€}$$

- d) Compare los resultados de los apartados b) y c)

Cuando el tipo de interés de mercado coincide con el tipo de interés del préstamo, basta con pagar la cantidad que debo al banco para cancelarlo anticipadamente. Cuando el tipo de interés de mercado es menor que el interés del préstamo (apartado b)), hay que pagar una cantidad superior a C, para compensar al banco, ya que si el banco invierte esta cantidad que le entrego, al tipo de interés de mercado, menor que el del préstamo, perdería dinero.

4. Nos conceden un préstamo de 45.000 euros para devolverlo en 15 años mediante pago único de capital, pagando anualmente los intereses a un 5% de interés anual compuesto.

A los siete años, cuando el tipo de interés de mercado es de un 4%, decidimos ingresar una cantidad a cuenta de 20.000 euros.

- a) Calcular el importe total que debemos pagar al prestamista al finalizar la operación.

$$C \cdot i + C = 45.000 \cdot 0,05 + 45.000 = 47.250\text{€}$$

- b) Calcular el saldo pendiente de amortizar si realizamos la cancelación total anticipada.

$$S = 26.261,61\text{€}$$

- c) Calcular el saldo pendiente de amortizar si realizamos la cancelación total anticipada con un tipo de interés de mercado del 5%

$$S = C - P_7 = 25.000\text{€}$$

- d) Compare los resultados de los apartados b) y c)

Si el tipo de interés de mercado coincide con el tipo de interés del préstamo, la suma del importe de la cancelación parcial con el saldo pendiente, coincidirán con el capital, ya que no hay que compensar al banco por la cancelación. Éste invertirá el importe de la cancelación al mismo interés que yo le estaba pagando. Sin embargo, si el interés de mercado es menor que el interés del préstamo, habrá que compensar al banco, porque ésta cantidad la podrá reinvertir a un interés menos del que yo le estaba pagando. Por tanto, en este caso, la suma del importe de la cancelación y del saldo, superarán a la cuantía del capital

5. Hace 8 años solicitamos un préstamo de 55.000 euros para amortizar mediante pago único de capital al cabo de 20 años y abono periódico de intereses a un 4,5% de interés anual.

- a) Hoy decidimos realizar una cancelación parcial anticipada, siendo el tipo de interés de mercado del 4%. Si la cantidad total que resulta a pagar a la finalización del préstamo asciende a 26.125 €, calcule el importe de la cancelación parcial que entrego hoy.

$$P_8 = 31.407,76\text{€}$$

- b) Una vez realizada la cancelación parcial, cinco años antes del vencimiento, decidimos cancelar de forma total el préstamo. ¿Qué cantidad habría que entregar al prestamista para tal fin si el tipo de interés del mercado fuera del 3%?

$$X_{15} = 26.717,39\text{€}$$

- c) ¿Cuál sería la cantidad necesaria para cancelar el préstamo si el interés del mercado fuera del 4,5%?

$$X_{15} = 25.000\text{€}$$

6. Hace 6 años nos concedieron un préstamo de 40.000 € para ser amortizado mediante un pago único de capital e intereses en 10 años con un interés del 8%. Hoy hemos decidido, siendo el tipo de interés de mercado del 6%, realizar una cancelación parcial, entregando 30.000 € y, además, modificar las condiciones iniciales del préstamo, pasando a pagar los intereses anualmente. Calcule la cantidad de intereses que pagaré a partir de la cancelación parcial anticipada.

$$S \cdot i = 2.873,93\text{€}$$

- ¿Qué cantidad me permitiría cancelar totalmente el préstamo dos años antes del vencimiento, siendo el tipo de interés de mercado el 5%?

$$X_8 = 37.912,28\text{€}$$

7. Hace 6 años nos concedieron un préstamo de 40.000 € para ser amortizado mediante un pago único de capital y pago anual de intereses en 10 años con un interés del 8%. Hoy hemos decidido, siendo el tipo de interés de mercado del 6%, realizar una cancelación parcial, entregando 30.000 € y, además, modificar las condiciones iniciales del préstamo, pasando a realizar un solo pago al vencimiento del préstamo que incluya la devolución del capital más los intereses. Calcule la cantidad que debemos pagar al vencimiento del préstamo.

$$A_n = 16.124,46\text{€}$$

- ¿Qué cantidad me permitiría cancelar totalmente el préstamo dos años antes del vencimiento, siendo el tipo de interés de mercado el 5%?

$$X_8 = 14.625,36\text{€}$$

8. Obtenga razonadamente el importe que cancelaría anticipadamente el año h, un préstamo de cuantía C que se amortiza mediante un solo pago de capital e intereses en n años con un interés i, suponiendo que el tipo de interés de mercado el año h coincide con el tipo de interés del préstamo.

$$C \cdot (1+i)^n = X_h \cdot (1+i)^{(n-h)} \qquad X_h = \frac{C \cdot (1+i)^n}{(1+i)^{(n-h)}}$$

$$X_h = C \cdot (1+i)^n \cdot (1+i)^{-n+h} \qquad X_h = C \cdot (1+i)^{n-n+h}$$

$$X_h = C \cdot (1+i)^h$$

9. Dado un préstamo de cuantía C , a devolver en n años mediante un solo pago de capital y abono periódico de intereses a un tipo de interés anual i . Calcule la cantidad A que cancelaría de forma total y anticipada el préstamo en un momento h ($h < n$) dado un tipo de interés de mercado i' , que coincide con el tipo de interés del préstamo.

$$C \cdot i \cdot s_{n-h-i} + C = X_h \cdot (1+i)^{(n-h)} \quad C \cdot i \cdot \frac{(1+i)^{n-h} - 1}{i} + C = X_h \cdot (1+i)^{(n-h)}$$

$$C \cdot ((1+i)^{n-h} - 1) + C = X_h \cdot (1+i)^{(n-h)} \quad C \cdot (1+i)^{n-h} - C + C = X_h \cdot (1+i)^{(n-h)}$$

$$C \cdot (1+i)^{n-h} = X_h \cdot (1+i)^{(n-h)} \quad C = X_h$$

10. Dado un préstamo de cuantía C , a devolver en n años mediante un solo pago de capital y abono periódico de intereses a un tipo de interés anual i . Calcule el saldo S que quedaría por amortizar tras una cancelación parcial anticipada de cuantía P , realizada el año h , si el tipo de interés de mercado coincide con el del préstamo.

$$C \cdot i \cdot s_{n-h-i} + C = P_h \cdot (1+i)^{(n-h)} + S \cdot i \cdot s_{n-h-i} + S$$

$$C \cdot i \cdot \frac{(1+i)^{n-h} - 1}{i} + C = P_h \cdot (1+i)^{(n-h)} + S \cdot i \cdot \frac{(1+i)^{n-h} - 1}{i} + S$$

$$C \cdot ((1+i)^{n-h} - 1) + C = P_h \cdot (1+i)^{(n-h)} + S \cdot ((1+i)^{n-h} - 1) + S$$

$$C \cdot (1+i)^{n-h} - C + C = P_h \cdot (1+i)^{(n-h)} + S \cdot (1+i)^{n-h} - S + S$$

$$C \cdot (1+i)^{n-h} = P_h \cdot (1+i)^{(n-h)} + S \cdot (1+i)^{n-h}$$

$$C = P_h + S$$

Problemas de Préstamos Sistema Francés.

1. Elaborar el cuadro de amortización de un préstamo de 5.000 euros que se amortiza mediante cuatro anualidades constantes a un tipo de interés del 5%.

n	a	I	m	T	S
0					5.000,00
1	1.410,06	250,00	1.160,06	1.160,06	3.839,94
2	1.410,06	192,00	1.218,06	2.378,12	2.621,88
3	1.410,06	131,09	1.278,97	3.657,09	1.342,91
4	1.410,06	67,15	1.342,91	5.000,00	0,00

2. Elaborar el cuadro de amortización de un préstamo de 5.000 euros que se amortiza mediante cuatro anualidades constantes a un tipo de interés del 5% suponiendo que existe una carencia pura inicial de dos años.

N	a	I	m	T	S
0					5.000,00
1					5.250,00
2					5.512,50
3	1.554,59	275,63	1.278,97	1.278,97	4.233,53
4	1.554,59	211,68	1.342,91	2.621,88	2.890,62
5	1.554,59	144,53	1.410,06	4.031,94	1.480,56
6	1.554,59	74,03	1.480,56	5.512,50	0,00

3. Elaborar el cuadro de amortización de un préstamo de 5.000 euros que se amortiza mediante cuatro anualidades constantes a un tipo de interés del 5% suponiendo que existe una carencia mixta inicial de dos años.

n	a	I	m	T	S
0					5.000,00
1		250,00			5.000,00
2		250,00			5.000,00
3	1.410,06	250,00	1.160,06	1.160,06	3.839,94
4	1.410,06	192,00	1.218,06	2.378,12	2.621,88
5	1.410,06	131,09	1.278,97	3.657,09	1.342,91
6	1.410,06	67,15	1.342,91	5.000,00	0,00

4. Dado un préstamo de 55.000 euros a amortizar en 15 años mediante anualidades constantes con un tipo de interés del 7%. Calcular, sin necesidad de resolver el cuadro de amortización completo, calcule la fila correspondiente al año 11 del cuadro de amortización.

n	a	I	m	T	S
11	6.038,70	1733,19	4.305,51	34.545,56	20.454,44

5. Solicitamos un préstamo de 120.000 euros para amortizar en 25 años a un tipo de interés del 5% anual.

Calcular:

- a) Anualidad del préstamo

$$a = 8.514,29\text{€}$$

- b) Cuota de amortización del séptimo año

$$m_7 = 3.369,40\text{€}$$

- c) La cuota de interés del año 13

$$I_{13} = 3.998,98\text{€}$$

- d) Total amortizado tras cinco anualidades

$$T_5 = 13.893,04\text{€}$$

- e) Saldo pendiente de amortizar cuando han transcurrido 22 años.

$$S_{22} = 23.186,52\text{€}$$

6. Solicitamos un préstamo de 80.000 euros para amortizarlo en un total de 20 años. Durante los primeros tres años no pagamos nada. Después abonamos los intereses durante los tres años siguientes, para amortizar el préstamo mediante anualidades constantes.

Si el tipo de interés es del 5% durante los primeros tres años, del 4,5% durante los tres siguientes y del 4% el resto de la operación, calcule:

- a) El saldo del préstamo tras los primeros tres años.

$$C \cdot (1 + i)^3 = 92.610\text{€}$$

- b) El pago de intereses del año cinco

$$C \cdot (1 + i)^3 \cdot i' = 92.610 \cdot 0,045 = 4.167,45\text{€}$$

c) La cuantía de la anualidad

$$a = 8.767,29\text{€}$$

d) La cuota de amortización del año 12.

$$m(\text{año}12) = m_6 = 6.159,89\text{€}$$

e) La cuota de interés correspondiente al vigésimo año.

$$I(\text{año}20) = I_{14} = 337,20\text{€}$$

f) El total amortizado después del año 10.

$$T(\text{año}10) = T_4 = 21.499,38\text{€}$$

7. Hace 8 años solicitamos un préstamo de 40.000 euros a amortizar mediante anualidades constantes en 20 años con un tipo de interés anual del 5%.

Hoy, ante la imposibilidad de hacer frente a dicho préstamo, negociamos una carencia intermedia durante tres años, durante los cuáles no haremos ningún pago, esperando que las condiciones financieras de la empresa mejoren en este plazo de tiempo.

La entidad financiera nos concede la carencia con dos condiciones: Subir a partir de este momento el tipo de interés a un 6% y mantener la duración total del préstamo en 20 años.

Con estos datos, calcular:

a) La anualidad inicialmente prevista para amortizar el préstamo.

$$a = 3.209,70\text{€}$$

b) El saldo en el inicio del periodo de carencia intermedia

$$S_8 = 28.448,47\text{€}$$

c) El saldo tras la carencia intermedia

$$S_8 \cdot (1 + i')^3 = 28.448,47 \cdot (1,06)^3 = 33.882,47\text{€}$$

d) La cuantía de la nueva anualidad.

$$a' = 4.981,48\text{€}$$

8. Repetir el problema anterior, suponiendo que en el momento de la firma del contrato ya negociamos la carencia intermedia, el cambio en el tipo de interés y lo tuvimos todo en cuenta para calcular una anualidad constante para todo el préstamo

a) La anualidad inicialmente prevista para amortizar el préstamo.

$$a = 3.872,77\text{€}$$

b) El saldo en el inicio del periodo de carencia intermedia

$$S_8 = 22.116,74\text{€}$$

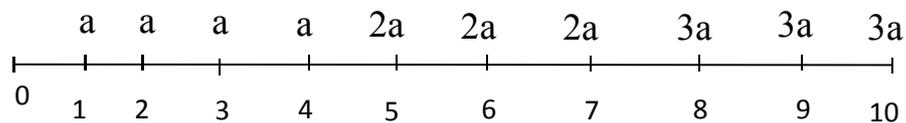
c) El saldo tras la carencia intermedia

$$S_8 \cdot (1+i')^3 = 26.341,39\text{€}$$

d) La cuantía de la nueva anualidad.

$$a' = a = 3.872,77\text{€}$$

9. Dado un préstamo de 60.000 euros que se amortiza con un tipo de interés del 4% mediante el siguiente esquema temporal:



Calcule:

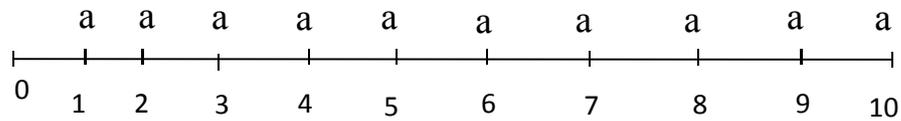
a) La cuantía de la anualidad correspondiente al sexto año.

$$a = 4.081,43\text{€}$$

b) El total amortizado después de cinco

$$T_5 = T_4 + m_5 = 7.180,43 + 2.114,40 = 13.188,60\text{€}$$

10. Dado un préstamo de 60.000 euros que se amortiza con un tipo de interés del 4% los primeros 4 años y del 5% los restantes, mediante el siguiente esquema temporal:



- a) Calcule la cuantía de la anualidad.

$$a = 7.529,54\text{€}$$

- b) Si suponemos que hasta el final del año 4, no conocemos que se va a producir dicha variación en el tipo de interés, calcule la anualidad inicial y la nueva anualidad tras el cambio en el tipo de interés.

$$a = 7.397,46\text{€}$$

$$a = 7.640,04\text{€}$$

11. Solicitamos un préstamo de 35.000 euros para amortizarlo mediante anualidades constantes en 15 años a un tipo de interés del 6% anual.

La operación lleva asociados los siguientes gastos:

- Un 0,5% de gastos de estudio
- Un 1% de comisión de apertura
- Unos gastos notariales de 750 euros
- Gastos de registro de 450 euros
- Unos gastos de administración sobre las anualidades de un 0,3%.

Para estos datos calcule:

- a) La anualidad del préstamo

$$a = 3.603,70\text{€}$$

- b) El TAE del préstamo.

$$i = 6,28\%$$

- c) El tanto efectivo de coste al que resulta la operación para el prestatario.

$$i = 6,89\%$$

Problemas de Préstamos Sistema Uniforme.

1. Elaborar el cuadro de amortización de un préstamo de 4.000 euros que se amortiza mediante cuatro cuotas de amortización constantes a un tipo de interés del 5%.

n	a	I	m	T	S
0					4.000,00
1	1.200,00	200,00	1.000,00	1.000,00	3.000,00
2	1.150,00	150,00	1.000,00	2.000,00	2.000,00
3	1.100,00	100,00	1.000,00	3.000,00	1.000,00
4	1.050,00	50,00	1.000,00	4.000,00	0,00

2. Elaborar el cuadro de amortización de un préstamo de 4.000 euros que se amortiza mediante cuatro cuotas de amortización constantes a un tipo de interés del 5% suponiendo que existe una carencia pura inicial de dos años.

n	a	I	m	T	S
0					4.000,00
1					4.200,00
2					4.410,00
3	1.323,00	220,50	1.102,50	1.102,50	3.307,50
4	1.267,88	165,38	1.102,50	2.205,00	2.205,00
5	1.212,75	110,25	1.102,50	3.307,50	1.102,50
6	1.157,63	55,13	1.102,50	4.410,00	0,00

3. Elaborar el cuadro de amortización de un préstamo de 4.000 euros que se amortiza mediante cuatro cuotas de amortización constantes a un tipo de interés del 5% suponiendo que existe una carencia mixta inicial de dos años.

n	a	I	m	T	S
0					4.000,00
1		200,00			4.000,00
2		200,00			4.000,00
3	1.200,00	200,00	1.000,00	1.000,00	3.000,00
4	1.150,00	150,00	1.000,00	2.000,00	2.000,00
5	1.100,00	100,00	1.000,00	3.000,00	1.000,00
6	1.050,00	50,00	1.000,00	4.000,00	0,00

4. Dado un préstamo de 60.000 euros a amortizar en 15 años mediante cuotas de amortización constantes con un tipo de interés del 7%. Calcular, sin necesidad de resolver el cuadro de amortización completo, calcule la fila correspondiente al año 11 del cuadro de amortización.

n	a	I	m	T	S
11	5.400,00	1400	4.000,00	44.000,00	16.000,00

5. Solicitamos un préstamo de 120.000 euros para amortizar en 25 años a un tipo de interés del 5% anual mediante cuotas constantes de amortización.

Calcular:

- a) Cuota de amortización constante

$$m = 4.800\text{€}$$

- b) La cuota de interés del año 13

$$I_{13} = 3.120\text{€}$$

- c) Total amortizado tras cinco anualidades

$$T_5 = 24.000\text{€}$$

- d) Anualidad del séptimo año

$$a_7 = 9.360\text{€}$$

- e) Saldo pendiente de amortizar cuando han transcurrido 22 años.

$$S_{22} = 14.400\text{€}$$

6. Solicitamos un préstamo de 80.000 euros para amortizarlo en un total de 20 años. Durante los primeros tres años no pagamos nada. Después abonamos los intereses durante los tres años siguientes, para amortizar el préstamo mediante cuotas de amortización constantes.

Si el tipo de interés es del 5% durante los primeros tres años, del 4,5% durante los tres siguientes y del 4% el resto de la operación, calcule:

- a) El saldo del préstamo tras los primeros tres años.

$$C \cdot (1+i)^3 = 80.000 \cdot (1,05)^3 = 92.610\text{€}$$

- b) El pago de intereses del año cinco

$$C \cdot (1+i)^3 \cdot i' = 92.610 \cdot 0,045 = 4.167,45\text{€}$$

- c) La cuantía de la cuota de amortización.

$$m = 6.610\text{€}$$

- d) El total amortizado después del año 10.

$$T(\text{año}10) = T_4 = 26.460\text{€}$$

- e) La cuota de interés correspondiente al vigésimo año.

$$I(\text{año}20) = I_{14} = 264,60\text{€}$$

- f) La anualidad del año 12

$$a(\text{año}12) = a_6 = 8.996,40\text{€}$$

7. Hace 8 años solicitamos un préstamo de 40.000 euros a amortizar mediante cuotas constantes de amortización en 20 años con un tipo de interés anual del 5%. Hoy, ante la imposibilidad de hacer frente a dicho préstamo, negociamos una carencia intermedia durante tres años, durante los cuáles no haremos ningún pago, esperando que las condiciones financieras de la empresa mejoren en este plazo de tiempo.

La entidad financiera nos concede la carencia con dos condiciones: Subir a partir de este momento el tipo de interés a un 6% y mantener la duración total del préstamo en 20 años.

Con estos datos, calcular:

- a) La cuota de amortización inicialmente prevista para amortizar el préstamo.

$$m = 2.000\text{€}$$

- b) El saldo en el inicio del periodo de carencia intermedia

$$S_8 = 24.000\text{€}$$

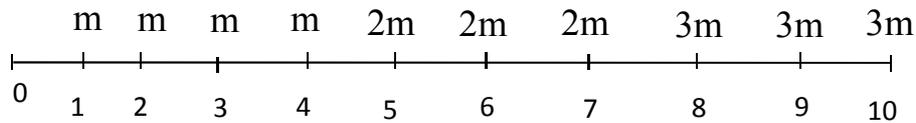
- c) El saldo tras la carencia intermedia

$$S_{\text{año}11} = S_8 \cdot (1+i')^3 = 28.584,38\text{€}$$

- d) La cuantía de la anualidad del año 16.

$$a(\text{año}16) = m' + I(\text{año}16) = 4.128,85\text{€}$$

8. Dado un préstamo de 60.000 euros cuyas cuotas de amortización siguen el esquema temporal de la imagen, con un tipo de interés del 4%:



Calcule:

- a) La cuota de amortización de los años 1, 5 y 8.

$$m = 3.157,89\text{€} \quad 2m = 6.315,78\text{€} \quad 3m = 9.473,67\text{€}$$

- b) El total amortizado después de cinco

$$T_5 = 18.947,34\text{€}$$

- c) La anualidad del año 8

$$a_8 = 3m + I_8 = 10.610,51\text{€}$$

9. Solicitamos un préstamo de 35.000 euros para amortizarlo en 15 años a un tipo de interés del 6% anual. Durante los primeros dos años no se paga absolutamente nada. Los siguientes tres años se abonan los intereses, para amortizar el préstamo durante el resto de años mediante cuotas de amortización constante.

La operación tiene una comisión de apertura de 1.500 euros

Para estos datos calcule:

- a) El saldo del préstamo tras la carencia pura inicial.

$$C \cdot (1+i)^2 = 39.326\text{€}$$

- b) El pago de intereses de la carencia mixta.

$$C \cdot (1+i)^2 \cdot i = 2.359,56\text{€}$$

- c) La anualidad del año 6

$$a(\text{año } 6) = a_1 = 6.292,16\text{€}$$

- d) Plantear la equivalencia que permitiría obtener la TAE del préstamo. ¿Sería diferente el tanto efectivo?

$$33.500 = 2.359,56 \cdot a_{3-i} \cdot (1+i)^2 + \left[6292,16 \cdot a_{10-i} - \frac{39.32,60 \cdot 0,05}{i} (a_{10-i} - 10 \cdot (1+i)^{-10}) \right] \cdot (1+i)^{-5}$$

Problemas de Valor, Usufructo y Nuda Propiedad.

1. Solicitamos un préstamo de 60.000 € para ser amortizado mediante un solo pago de capital e intereses, transcurridos 10 años desde la solicitud del préstamo, con un interés del 5% anual.

- a) Calcular el importe que debemos devolver al prestamista al finalizar la operación.

$$C \cdot (1+i)^{10} = 97.733,68\text{€}$$

- b) Si transcurridos 7 años desde la concesión del préstamo, cuando el tipo de interés de mercado es del 3,5%, el prestamista se plantea vender los derechos de cobro del préstamo. Calcular el valor financiero del préstamo y su descomposición en usufructo y nuda propiedad.

$$V_7 = 97.733,68 \cdot (1,035)^{-3} = 88.150,18\text{€}$$

$$U_7 = 34.033,62\text{€}$$

$$N_7 = 54.116,53\text{€}$$

2. Solicitamos un préstamo de 75.000 € para ser amortizado en 15 años mediante un solo pago de capital y abono periódico de intereses, a un tipo de interés del 6% anual.

- a) Calcular la cuantía que el prestatario devolverá al prestamista al finalizar la operación.

$$C \cdot i + C = 75.000 \cdot 0,06 + 75.00 = 79.500\text{€}$$

- b) Si transcurridos 10 años desde la concesión del préstamo, cuando el tipo de interés de mercado es del 4%, el prestamista se plantea vender los derechos de cobro del préstamo. Calcular el valor financiero del préstamo y su descomposición en usufructo y nuda propiedad.

$$U_{10} = C \cdot i \cdot a_{15-10-i'} = 20.033,20\text{€}$$

$$N_{10} = 61.644,53\text{€}$$

$$V_{10} = 81.677,73\text{€}$$

3. Partiendo del problema anterior, suponga que a los seis años de la concesión del préstamo, cuando el tipo de interés de mercado es del 3,5%, el prestatario decide realizar una entrega a cuenta de 25.000 euros.

Realizada esa cancelación parcial, cuál sería el valor, usufructo y nuda propiedad del préstamo transcurridos 10 años desde la concesión del préstamo para un tipo de interés de mercado del 4%

$$S = 53.994,99\text{€}$$

$$U_{10} = 17.093,66\text{€}$$

$$N_{10} = 44.379,95\text{€}$$

$$V_{10} = 61.473,61\text{€}$$

4. Una entidad financiera concede un préstamo de 45.000 euros para amortizar en 8 años mediante anualidad constante a un tipo de interés del 5% anual compuesto. Transcurridos 4 años desde la concesión del préstamo, cuando el tipo de interés de mercado es el 3,5%, la entidad se plantea vender los derechos de cobro sobre el préstamo. Calcular el valor, usufructo y nuda propiedad.

$$a = 6.962,48\text{€}$$

$$V_4 = a \cdot a_{8-4-i'} = 25.573,74\text{€}$$

$$N_4 = m_5 \cdot (1+i')^{-1} + m_6 \cdot (1+i')^{-2} + m_7 \cdot (1+i')^{-3} + m_8 \cdot (1+i')^{-4} = 22.623,29\text{€}$$

$$U_4 = I_5 \cdot (1+i')^{-1} + I_6 \cdot (1+i')^{-2} + I_7 \cdot (1+i')^{-3} + I_8 \cdot (1+i')^{-4} = 2.950,44\text{€}$$

5. Una entidad financiera concede un préstamo de 45.000 euros para amortizar en 8 años mediante cuotas de amortización constantes a un tipo de interés del 5% anual compuesto.

Transcurridos 4 años desde la concesión del préstamo, cuando el tipo de interés de mercado es el 3,5%, la entidad se plantea vender los derechos de cobro sobre el préstamo. Calcular el valor, usufructo y nuda propiedad.

$$m = 5.625\text{€}$$

$$N_4 = m \cdot a_{8-4-i'} = 20.661,07\text{€}$$

$$U_4 = I_5 \cdot (1+i')^{-1} + I_6 \cdot (1+i')^{-2} + I_7 \cdot (1+i')^{-3} + I_8 \cdot (1+i')^{-4} = 2.627,04\text{€}$$

$$V_4 = a_5 \cdot (1+i')^{-1} + a_6 \cdot (1+i')^{-2} + a_7 \cdot (1+i')^{-3} + a_8 \cdot (1+i')^{-4} = 23.288,11\text{€}$$